**Билет №10**

**Вариации задачи о рюкзаке: несколько копий предметов за O(W\*N\*m), бесконечно много предметов, оценка времени работы.**

**ПРОСТО ЗАДАЧА О РЮКЗАКЕ**:

дано k предметов, i-й предмет имеет массу wi > 0 и стоимость pi > 0 (все числа целые).

Необходимо выбрать из этих предметов такой набор, чтобы суммарная масса не превосходила заданной величины W (вместимость рюкзака), а суммарная стоимость была максимальна.

Другими словами, нужно определить набор бинарных величин (b1, b2,..., bk), такой, что b1w1 + b2w2 +...+ bkwk <= W

а величина b1p1 + b2p2 +...+ bkpk - максимальная. Величина bi равна 1, если i-й предмет включается в набор, и равна 0 в противном случае.

**Решение методом динамического программирования:**

1) Давайте введем следующую функцию. Пусть A(s, n) есть максимальная стоимости предметов, которые можно уложить в рюкзак максимальной вместимости n, если можно использовать только первые s предметов из заданных k.

2) Краевые значения:

A(0; n) = 0 (ни один предмет нельзя брать, поэтому максимальная стоимость равна 0)

A(s; 0) = 0 (можно брать любые из первых s предметов, но вместимость рюкзака равна 0)

3) Теперь составим рекуррентное соотношение в общем случае. Необходимо из предметов с номерами 1, ..., s составить рюкзак максимальной стоимости, чей вес не превышает n. При этом возможно два случая: когда в максимальный рюкзак включен предмет с номером s и когда предмет s не попал в максимальный рюкзак.

4) Формула перехода: Если предмет s не попал в максимальный рюкзак массы n, то максимальный рюкзак будет составлен только из предметов с номерами 1, ..., s - 1, следовательно, A(s, n) = A(s - 1, n). Если же в максимальный рюкзак включен предмет s, то масса оставшихся предметов не превышает n - ws, а от добавления предмета s общая стоимость рюкзака увеличивается на ps. Значит, 

5)Ответ: 

**Условие:** Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

**Код:** <https://pastebin.com/tsFQyFTX>

**Рассмотрим возможные варианты данной задачи:**

1. **Несколько копий предметов –** ограниченный рюкзак.

Дано k предметов, i-й предмет имеет массу wi > 0 и стоимость pi > 0 (все числа целые) и каждый предмет имеет m копий.

Необходимо выбрать из этих предметов такой набор, чтобы суммарная масса не превосходила заданной величины W (вместимость рюкзака), а суммарная стоимость была максимальна.

Другими словами, нужно определить набор бинарных величин (b1, b2,..., bk), такой, что b1w1 + b2w2 +...+ bkwk <= W

а величина b1p1 + b2p2 +...+ bkpk - максимальная. Величина bi равна [0,m]

**Решение:**

1)Будем использовать ту же функцию A(s,n) – максимальная стоимость предметов, которые можно уложить в рюкзак максимальной вместимости n, если можно использовать только первые s предметов из заданных k, причем каждый можно положить до m раз

2)Краевые значения:

A(0; n) = 0 (ни один предмет нельзя брать, поэтому максимальная стоимость равна 0)

A(s; 0) = 0 (можно брать любые из первых s предметов, но вместимость рюкзака равна 0)

3)Пересчет: 

A(s-1,n) – случай когда не берем элемент с номером s

A(s-1,n-ws) + ps– случай когда взяли элемент с номером s, поэтому еще отнимаем его массу и учитываем его стоимость

 - берем 2 предмета с номером s

**Асимптотика**: O(k\*w\*m)

1. **Бесконечно много предметов** – неограниченный рюкзак

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

**Решение:**

**Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание**

 - тк m= max[W/ws], остальное аналогично.

**Асимптотика:** 